



2. 利率及其决定



授课提纲

课程内容

2.1 利率的概念及计量

2.2 与到期收益率有关的一些概念

2.3 利率的期限结构和风险结构



2.1 利率的概念及计量

- 要全面认识和理解利率，可以从解决这三个基本问题开始
 - 第一，什么是利率？
 - 第二，哪里能见到利率，有些什么利率？
 - 第三，利率如何计量？又如何变化？



2.1.1 什么是利率

- 利率又称利息率，通常被用来计算利息。
- 利息是什么？——利息是使用借贷资本的报酬，或者说是借贷资金的价格。
- 要更深入的理解利率，还需系统地回答接下来的两个问题

2.1.2 利率的不同形式

- 按照不同的交易类型或者交易对象：
 - 我们日常所熟知的：存款利率、贷款利率、债券票面利率、理财产品利率……
 - 金融市场中常见的利率：LPR、SHIBOR、DR007、票据直贴利率、到期收益率……
 - 其中，有些利率会成为市场中的“基准利率”
- 按照是否考虑通货膨胀的影响，可以分成名义利率和有效利率
- 按照利率的决定模式，可以分为市场利率和管制利率

2.1.3 利率的计量

- 上述的这些利率，都是如何计量，又如何被决定的？哪些因素影响了利率的变动？
- 随着金融的出现，学者们便开始思考并研究这一问题。在理论的层面，关于利率的研究重点聚焦于利息如何被决定。
 - 马克思：剩余价值理论
 - 现代利息理论：时间偏好论、流动性偏好论



2.1.3 利率的计量

- 随着市场的不断发展和金融产品的日渐丰富，特别是随着全球各国逐步推动利率市场化进程，在实践的层面，如何对市场中的利率进行准确的计量成为我们全面认识利率必须掌握的问题。
- 利率市场化的模式下，利率由市场的供求决定。以中国的利率市场化改革为例，一方面需逐步放松利率管制，另一方面要全面建立起基准性利率的形成市场。

2.1.3 利率的计量

- 市场利率通常是这样的
 - 是一些最具代表性的利率，能灵敏反映市场上资金的供求关系，且能够被全市场普遍认可。
 - 市场上的其他利率会参考基准利率来定价。
- 在利率市场化的国家，存贷款利率会成为基准利率吗？

能被全市场认可的统一价格如何才能形成？

- 易被标准化
- 有很强的流动性
- 有大量的交易需求
- 有专业市场，便于传递交易信息

满足上述条件的典型资金借贷市场——债券市场



2.1.3 利率的计量

- 债券市场是一国利率形成的重要市场，债券市场的到期收益率是描述市场利率最精确的指标
- 什么是到期收益率
 - 到期收益率（yield to maturity）是指使债券未来收益的现值等于其现在的价值时的利率。
 - 到期收益率又称内部收益率(internal rate of return)

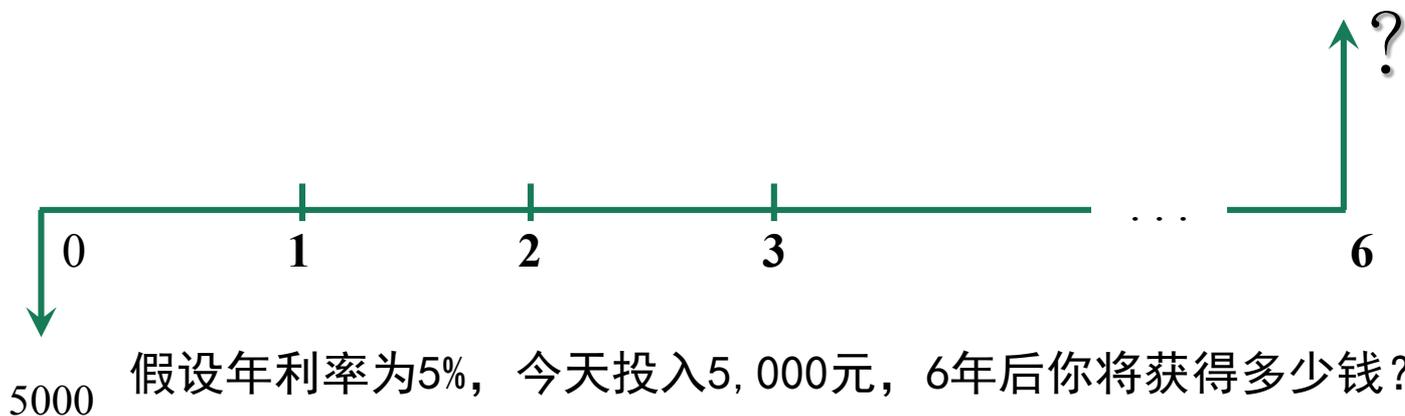


补充知识：货币时间价值

- 金融学：研究人们在不确定的环境中如何进行资源跨时期配置的学科。
- 金融可以连接现在和未来：货币的时间价值
- 货币的时间价值：今天的一块钱不等于明天的一块钱。

货币时间价值：现值和终值

- 现值（PV）：现金流在期初时的价值
- 终值（FV）：现金流在期末时的价值
- 计算货币的时间价值都是按照复利计息的方式



货币时间价值：单利和复利

- 复利计息： $5,000 \times (1+5\%)^6 = 6,700.48$ 元
- 单利计息： $5,000 \times (1 + 6 \times 5\%) = 6,500$ 元

- 利率为 r ，本金为 P ，时间为 n ，未来收益为 F
 - 单利： $F = P + n * P * r$
 - 复利： $F = P * (1 + r)^n$

- 我们为什么要采用复利计息？



货币时间价值：规则现金流

■ 年金 (Annuity)

- 在一定期限内，时间间隔相同、不间断、金额相等、方向相同的一系列现金流。
- 年金不一定以年为单位，只要定期发生，满足上述四个要求的，都是年金
- 通常来说，对一个标准的年金而言，有多少期，就一定有多少个大小相等、方向相同的现金流。

思考一下现实中有哪些典型的年金？



货币时间价值：年金

借10000元，用5年等额分期偿还的方式，每年还款多少？

思路：将10000元的贷款分解成5个一次性还本付息的贷款，期限从1年期到5年期不等，每个贷款对应一个相同还款额。

$PV1$  $PV1 = \frac{C}{1+r}$

$PV2$  $PV2 = \frac{C}{(1+r)^2}$

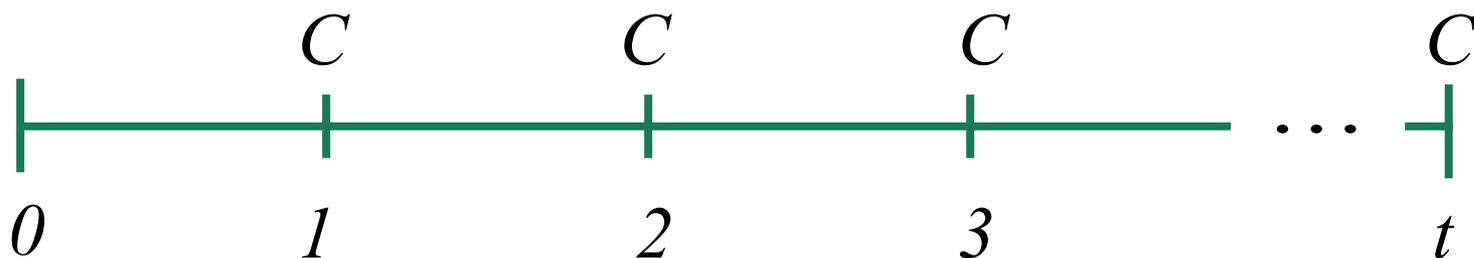
$PV3$  $PV3 = \frac{C}{(1+r)^3}$

$PV4$  $PV4 = \frac{C}{(1+r)^4}$

$PV5$  $PV5 = \frac{C}{(1+r)^5}$

$PV1 + PV2 + PV3 + PV4 + PV5 = 10000$

货币时间价值：年金



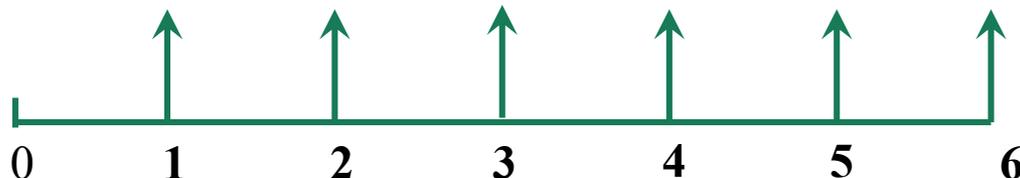
$$PV = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^t}$$

$$FV = C(1+r)^{t-1} + C(1+r)^{t-2} + C(1+r)^{t-3} + \dots + C$$

- (期末) 年金现值的公式为：
$$PV = \frac{C}{r} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^t} \right]$$
- (期末) 年金终值的公式为：
$$FV = \frac{C}{r} \left[(1+r)^t - 1 \right]$$

货币时间价值：期初和期末

- 以年金发生在每一期的期初还是期末来区分
 - 典型的期末年金：按揭还款；定期投资等
 - 典型的期初年金：房租、保费、学费、生活费等

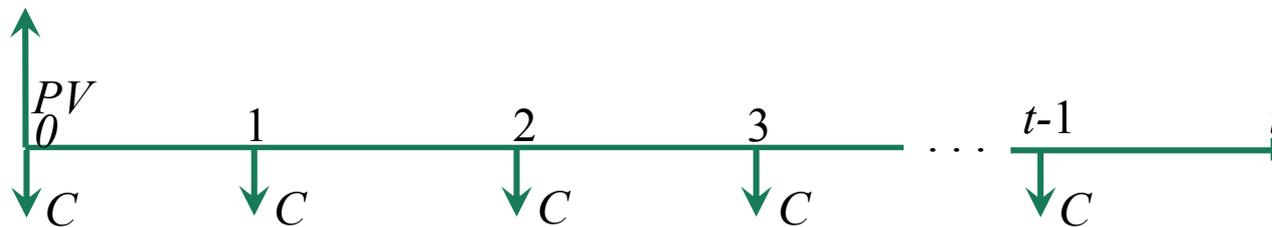


期末年金从1开始，
到t结束！



期初年金从0开始，
到t-1结束！

货币时间价值：期初和期末



$$PV_{begin} = C + \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^{t-1}}$$

对比: $PV_{end} = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^t}$

$$\left. \begin{array}{l} PV_{begin} = PV_{end} \times (1+r) \\ FV_{begin} = FV_{end} \times ? \end{array} \right\}$$

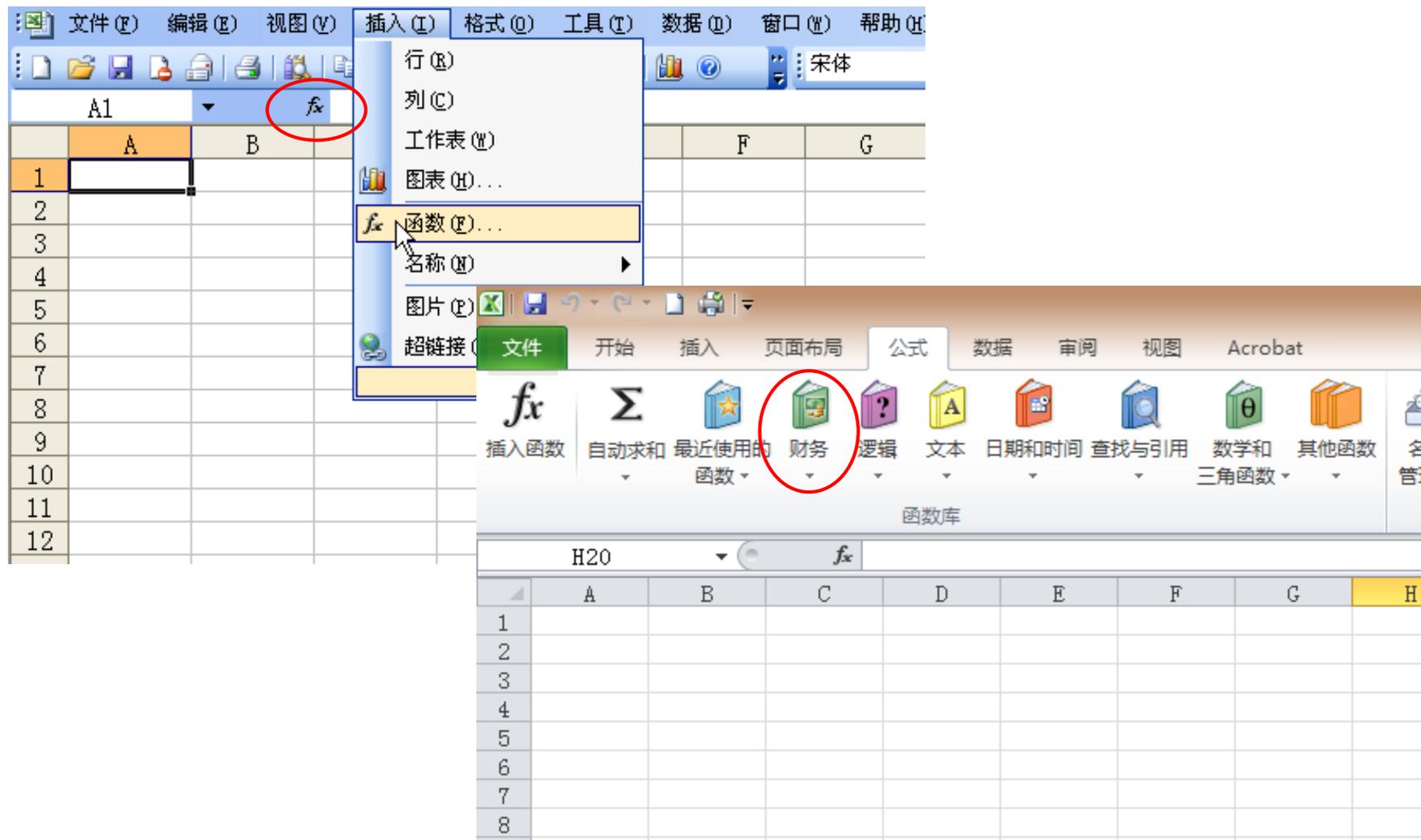
例题：目前南京大学本科学费每年6000，入校四年内保持不变。在5%的利率水平下，若大一入校时一次性缴清四年学费，应缴多少钱？

列出式子后，如何计算？——excel是一个很好的工具

Excel在货币时间价值中的运用

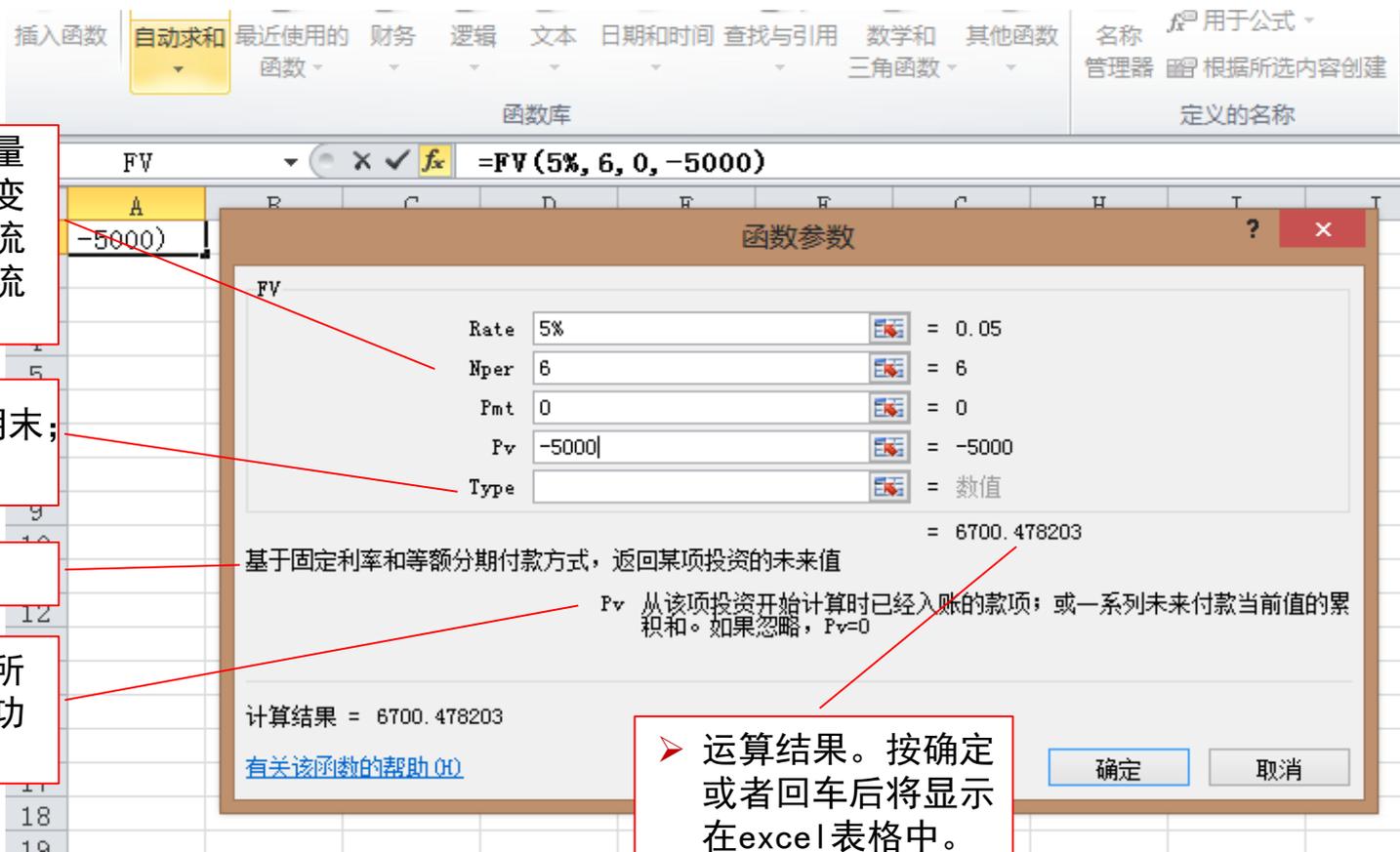
- 在Excel中，调用函数功能，可以方便的解决各类货币时间价值问题
- 常用的货币时间价值函数：
 - PV、FV、PMT、NPER、RATE、NPV、IRR
- 其他货币时间价值函数：
 - PPMT/IPMT：等额本息下某期本金/利息偿还额
 - ISPMT：等额本金下某期利息额

Excel在货币时间价值中的运用



Excel在货币时间价值中的运用

- 例：假设年利率为5%，今天投入5,000元，6年后你将获得多少钱？



The screenshot shows the Excel '函数参数' (Function Arguments) dialog box for the FV function. The formula bar displays `=FV(5%, 6, 0, -5000)`. The dialog box fields are: Rate: 5% (0.05), Nper: 6, Pmt: 0, Pv: -5000, Type: 数值. The calculated result is 6700.478203. The dialog box also includes a description: '基于固定利率和等额分期付款方式，返回某项投资的未来值' and a note for Pv: '从该项投资开始计算时已经入账的款项；或一系列未来付款当前值的累积和。如果忽略，Pv=0'. Buttons for '确定' (OK) and '取消' (Cancel) are at the bottom right.

➤ 货币时间价值变量
 ➤ 注意点：现金流变量要区分流入和流出，流入为正，流出为负

➤ 0或者不填表示期末；1表示期初

➤ 函数说明

➤ 鼠标停留单元格所对应的变量或者功能的解释

➤ 运算结果。按确定或者回车后将显示在excel表格中。



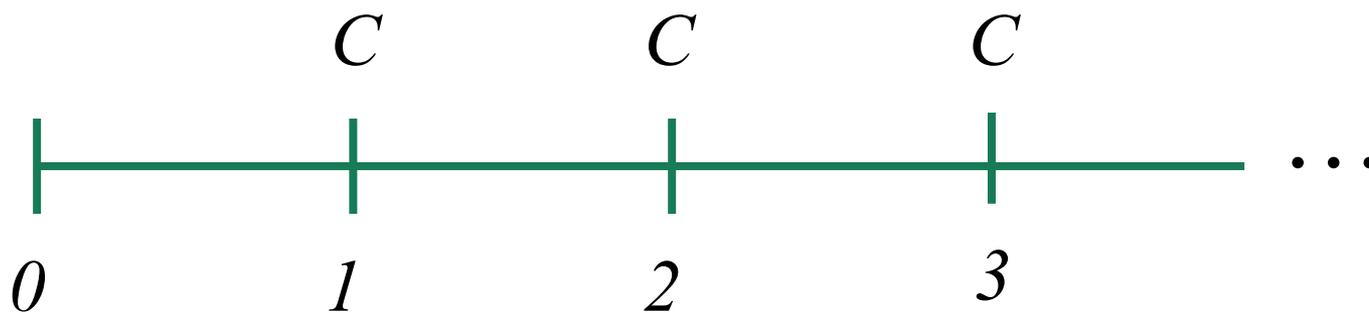
思考题

应用：某银行推出信用卡“零利率”贷款购车业务，以贷款12万为例，每月需还款金额为1万。此外，办理此项业务需在期初缴纳相当于贷款金融5%的手续费。

问：真的是零利率吗？

如果不是零利率，利率是5%吗？

几种特殊的年金：永续年金

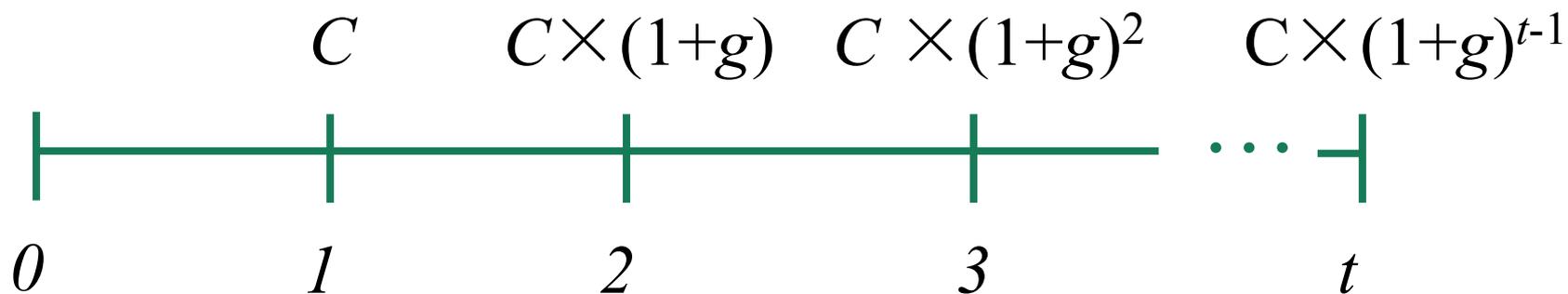


$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots$$

- (期末) 永续年金现值的公式为： $PV = \frac{C}{r}$



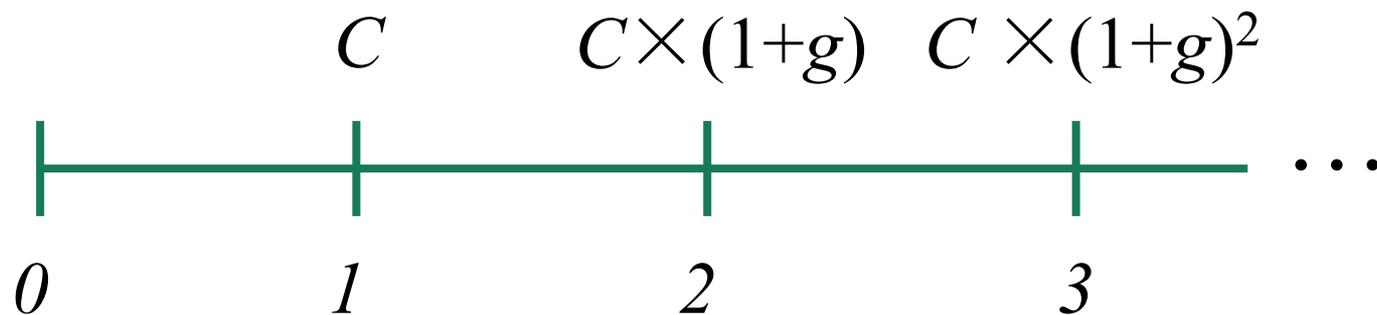
几种特殊的年金：增长型年金



$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C \times (1+g)}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C \times (1+g)^{t-1}}{(1+r)^t}$$

$$FV = C \times (1+r)^{t-1} + C \times (1+g)(1+r)^{t-2} + C \times (1+g)^2(1+r)^{t-3} + \dots + C \times (1+g)^{t-1}$$

几种特殊的年金：增长型永续年金



$$PV = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C \times (1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C \times (1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots$$

- (期末)增长型永续年金的现值计算公式 ($r > g$) 为:

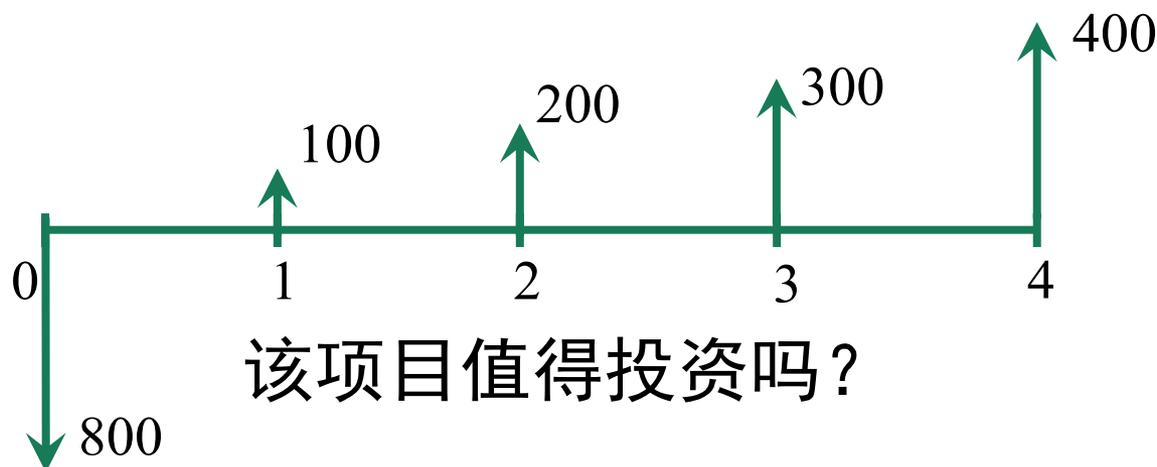
$$PV = \frac{C}{r - g}$$

不规则现金流的计算

- 在现实生活中，不规则现金流更为常见
- 不规则现金流的计算原理与规则现金流没有本质差异。
- 在Excel中，可以用NPV和IRR函数进行不规则现金流的相关计算，前者可用来计算净现值（现值），后者用来计算内部回报率。
 - 净现值：常用在投资项目评估，计算的是按基准贴现率折现获得的各年现金流现值之和。
 - 内部回报率：使净现值等于零时的折现率

不规则现金流举例

- 有一为期4年的投资项目，期初投资800元，第1年预期收益100元，以后每年递增100元。当前市场收益率6%



净现值法

$$NPV = \frac{100}{(1+6\%)^1} + \frac{200}{(1+6\%)^2} + \frac{300}{(1+6\%)^3} + \frac{400}{(1+6\%)^4} - 800$$

内部回报率法

$$\frac{100}{(1+IRR)^1} + \frac{200}{(1+IRR)^2} + \frac{300}{(1+IRR)^3} + \frac{400}{(1+IRR)^4} - 800 = 0$$



不规则现金流的计算

- 通常来说，对一个投资项目， $NPV > 0$ 表示其值得投资， $NPV < 0$ 则不值得投资
- 如果用IRR来判断一个投资项目的优劣，只需将其与市场的收益率水平进行比较即可

回到利率的形成过程——

如何通过货币时间价值的知识

利用债券价格来计算其到期收益率？

两种不同形式的债券

贴现债券，又称零息债券

息票债券，又称附息债券

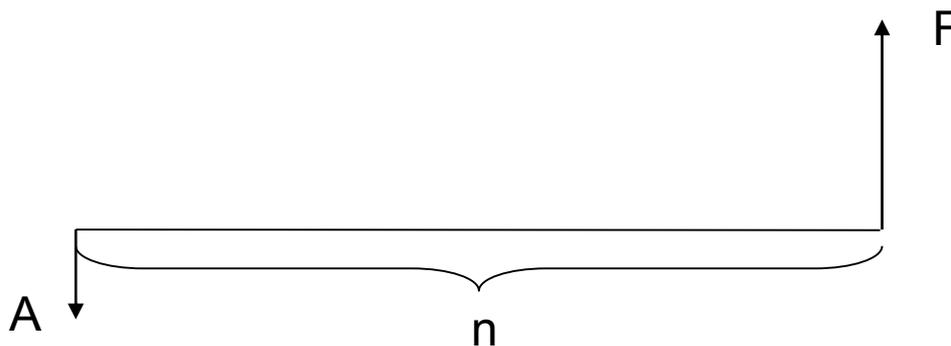


2.1.3 利率的计量：债券的一些基本概念

- 债券的价格——当前支付额，即现值
- 债券的面值——债券还本额，即终值
- 债券的票面利率——与面值相乘得到债券的定期支付额，即年金
- 债券的到期收益率——市场利率
- 债券的到期期限——时间，注意与利率保持单位一致

2.1.3 利率的计量：债券价格与市场利率

■ 贴现债券的到期收益率

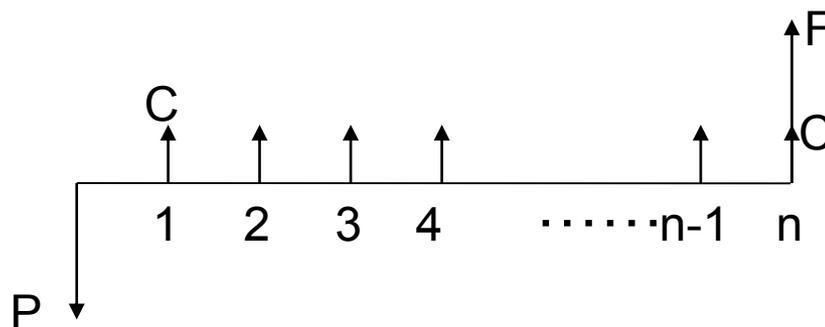


$$A = \frac{F}{(1+i)^n}$$

2.1.3 利率的计量：债券价格与市场利率

■ 息票债券的到期收益率

- 息票债券：每年向债券持有人支付定额的利息(息票利息)直到到期日，在到期日再偿还本金(票面值)。



$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+i)^t} + \frac{F}{(1+i)^n}$$



2.1.3 利率的计量

债券市场通过债券的交易，形成债券的价格，同时决定了债券的到期收益率，即市场利率。

债券又称固定收益产品，为什么？——未来收益固定前提下，利率和价格呈现一一对应的关系。

2.1.4 利率的性质

■ 到期收益率的性质

- 当债券价格等于其面值时，到期收益率就等于息票票面利率
- 债券价格和到期收益率负相关
- 当债券价格低于面值时，债券的收益率却高于债券的息票率



授课提纲

课程内容

- 2.1 利率的概念及计量
- 2.2 与到期收益率有关的一些概念**
- 2.3 利率的期限结构和风险结构

2.2.1 到期收益率与当期收益率

■ 到期收益率的近似计算

- 到期收益率是利率最精确的描述，通常来说，经济学中说到利率，指得都是到期收益率
- 现实中，在国外的金融市场，特别是在债券市场上，由于息票债券和贴现债券的到期收益率计算都比较复杂，因此“当期收益率”和“基于贴现基础的利率”的使用也十分的广泛
- 在这里我们重点介绍当期收益率的概念

2.2.1 到期收益率与当期收益率

- 到期收益率的近似计算：当期收益率(Current Yield)
 - 当期收益率等于年息票利息与债券价格的比率。
 - 由于其计算容易，当期收益率常被用作息票债券到期收益率的近似，在报刊杂志上经常使用
 - 期限越长，当期收益率和到期收益率越近似
 - 债券价格越接近面值，当期收益率和到期收益率越近似



2.2.2 到期收益率与回报率

- 通常估算回报率的简易办法：持有期回报率

$$\text{持有期内的回报率} = \frac{\text{利息} + \text{卖出价格} - \text{买入价格}}{\text{买入价格}}$$

- 持有期回报率的缺点？



案例

某人在1年前以1000元的价格买入某种息票率为10%的债券，当时市场利率也为10%，1年后的今天，市场利率上升为20%，此时这位投资者是赚了还是赔了？此债券本身的期限长短对现在债券价格有没有影响？此人购买此债券时债券距到期日的时间长短对债券价格有没有影响？

案例

| 距到期日期限 | 初始利率 | 初始价格 | 持有1年后价格 | 资本利得率 | 回报率 |
|--------|------|------|---------|--------|--------|
| 30年 | 10% | 1000 | 503 | -49.7% | -39.7% |
| 20年 | 10% | 1000 | 516 | -48.4% | -38.4% |
| 10年 | 10% | 1000 | 597 | -40.3% | -30.3% |
| 5年 | 10% | 1000 | 741 | -25.9% | -15.9% |
| 2年 | 10% | 1000 | 917 | -8.3% | 1.7% |
| 1年 | 10% | 1000 | 1000 | 0 | 10% |

2.2.2 到期收益率与回报率

- 若持有债券到期，持有该债券的回报率将等于最初购买时的到期收益率；
- 若债券的持有期 $<$ 债券到期期限，则市场利率上升导致债券价格下降，意味着资产损失
- 到期期限越长，利率变化对价格的影响越大，相应的回报率变化也越大，当利率上升的时候，即使债券有较高的息票率，也可能回报率为负
- **债券期限越长，利率风险 (*interest rate risk*) 越大**

2.2.3 计息周期和计息次数

- 我们在市场上通常看到的是年利率，但很显然，并非所有金融产品的期限都是以年为单位的。
- 例如，银行的理财产品常以天为单位，此时银行往往会告诉你一个所谓的“年化收益率”，如何理解？
- 这涉及到利率中一个十分重要的概念：计息周期和计息次数
- 与之相关有两个重要的利率：APR和EAR



2.2.3 计息周期和计息次数

- 年度百分率 (APR) :

假设某金融产品的期限为1个月，月初投资100元，月末一次性收回投资本金和投资利息101元，即月利率为1%。此时，其年度百分率为12%。

- 有效年利率 (EAR) : 每年进行一次计息时对应的利率水平

2.2.3 计息周期和计息次数

■ $APR=12\%$ 时的 EAR

| 计息频率 | 一年中的 期间数 | 每期间的利 率 (%) | 实际年利率 (EAR) (%) |
|-------|-------------|----------------|--------------------|
| 一年一次 | 1 | 12 | 12.000 |
| 半年一次 | 2 | 6 | 12.360 |
| 一季度一次 | 4 | 3 | 12.551 |
| 一月一次 | 12 | 1 | 12.683 |
| 每日一次 | 365 | 0.0328 | 12.747 |
| 连续计息 | 无穷 | 无穷小 | 12.750 |

$$EAR = \left(1 + \frac{APR}{m}\right)^m - 1$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{i}{m}\right)^m - 1 = e^i - 1$$

至此，我们已较全面的了解了利率及其形成机制

市场上很多利率，这些利率之间**是否存在某种关系**？这些关系又能否**传递某些信息**？

不同的期限 → 利率的期限结构问题

不同的发行人 → 利率的风险结构问题



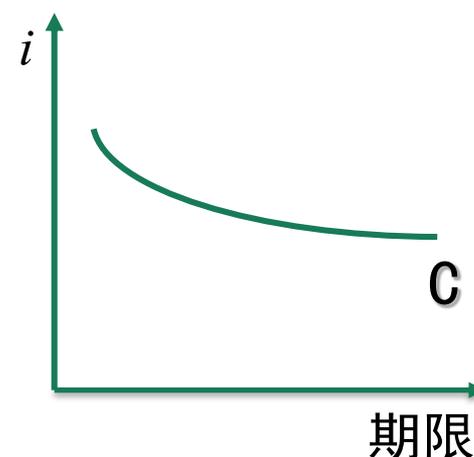
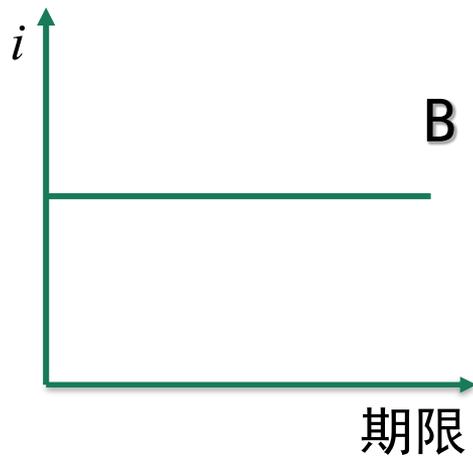
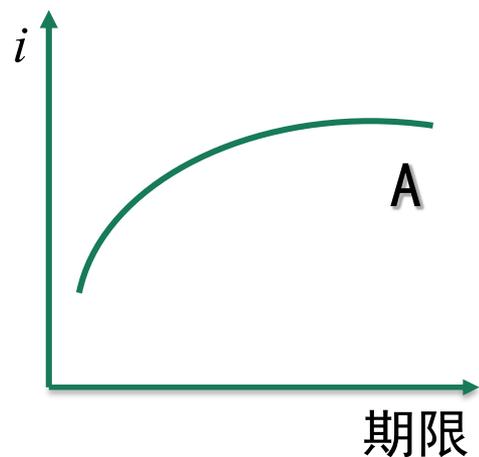
授课提纲

课程内容

- 2.1 利率的概念及计量
- 2.2 与到期收益率有关的一些概念
- 2.3 利率的期限结构和风险结构**

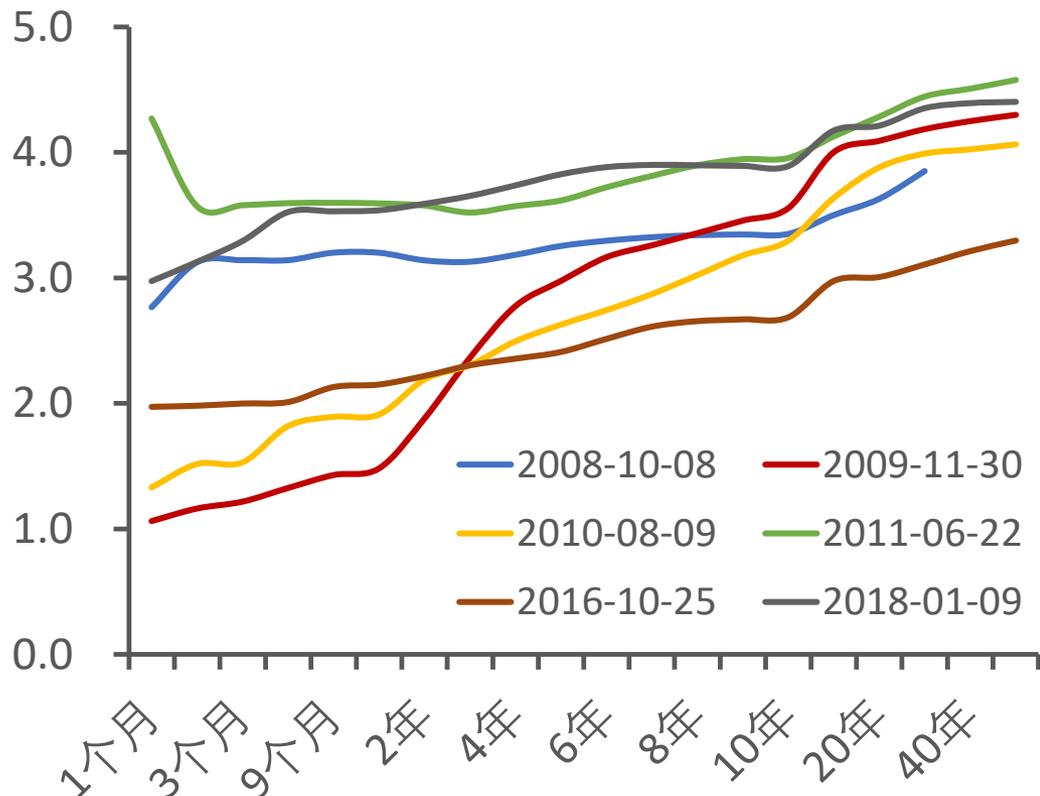
2.3.1 利率的期限结构

- 利率的期限结构就是指短期利率和长期利率之间形成的关系结构
- 利率会因到期日的不同而有差异，把它们在某时点的表现画成线，称为“收益曲线(yield curve)”。



上述三种形态在现实中都会出现吗？若都会出现，哪种形态相对最常见？

利率期限结构曲线的几个特征



1 不同期限的收益率通常是同向波动的

2 短期收益率越低，越可能向上倾斜

3 大部分期限结构曲线都是向上倾斜的

2.3.1 利率的期限结构

不同时点的利率期限结构曲线有不同的形态，即长短期利率的利差是不确定的。这是为什么？**这种形态变化是否传递了某种信息？**



2.3.1 利率的期限结构：完全预期理论

- 完全预期理论：当前对未来利率的预期是决定当前利率期限结构的关键因素
- 基本假设前提：
 - 投资者理性，无特别偏好(各种债券完全替代)；
 - 短期资金市场和长期资金市场资金移动完全自由；
 - 投资者对未来短期利率的变动有完全的预期，他们依据对未来利率的预期指导投资行为；
 - 债券交易没有交易费用。

2.3.1 利率的期限结构：完全预期理论

- 单利及无套利下的利率期限表达式：

$$R_n = \frac{i_1 + i_2^e + \cdots + i_n^e}{n}$$

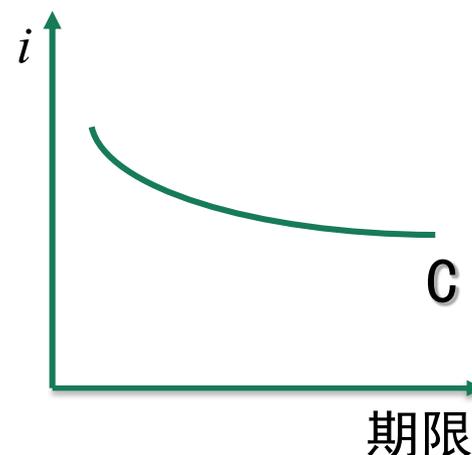
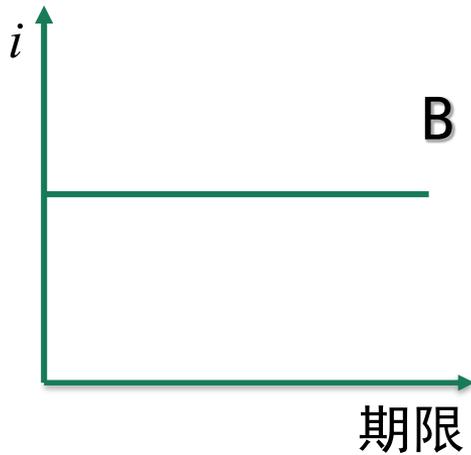
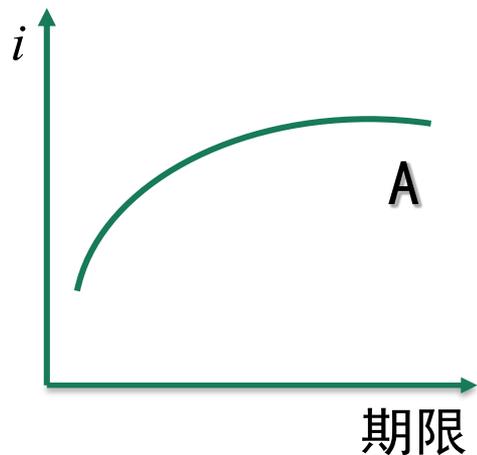
- 复利及无套利下的利率期限表达式：

$$R_n = \sqrt[n]{(1+i_1)(1+i_2^e)\cdots(1+i_n^e)} - 1 \quad \text{或} \quad i_n^e = \frac{(1+R_n)^n}{(1+R_{n-1})} - 1$$

2.3.1 利率的期限结构：完全预期理论

■ 完全预期理论下的期限结构：

- 在完全预期理论中，如果投资者认为将来的短期利率看涨，则现在的收益曲线向上倾斜（C）；反之，向下倾斜（B）。



2.3.1 利率的期限结构：市场分割理论

■ 假设前提：

- 投资者是风险回避者，有期限偏好，不同期限之间替代性很差。
- 任何期限的收益率仅仅由该期限债券的供给关系决定。其收益曲线的形状也是如此决定。
- 收益曲线上的不同点是由不同投资者群体的行为形成。

长期债券通常具有更高的利率，市场分割理论解释了为何向上倾斜的曲线形态更常见。

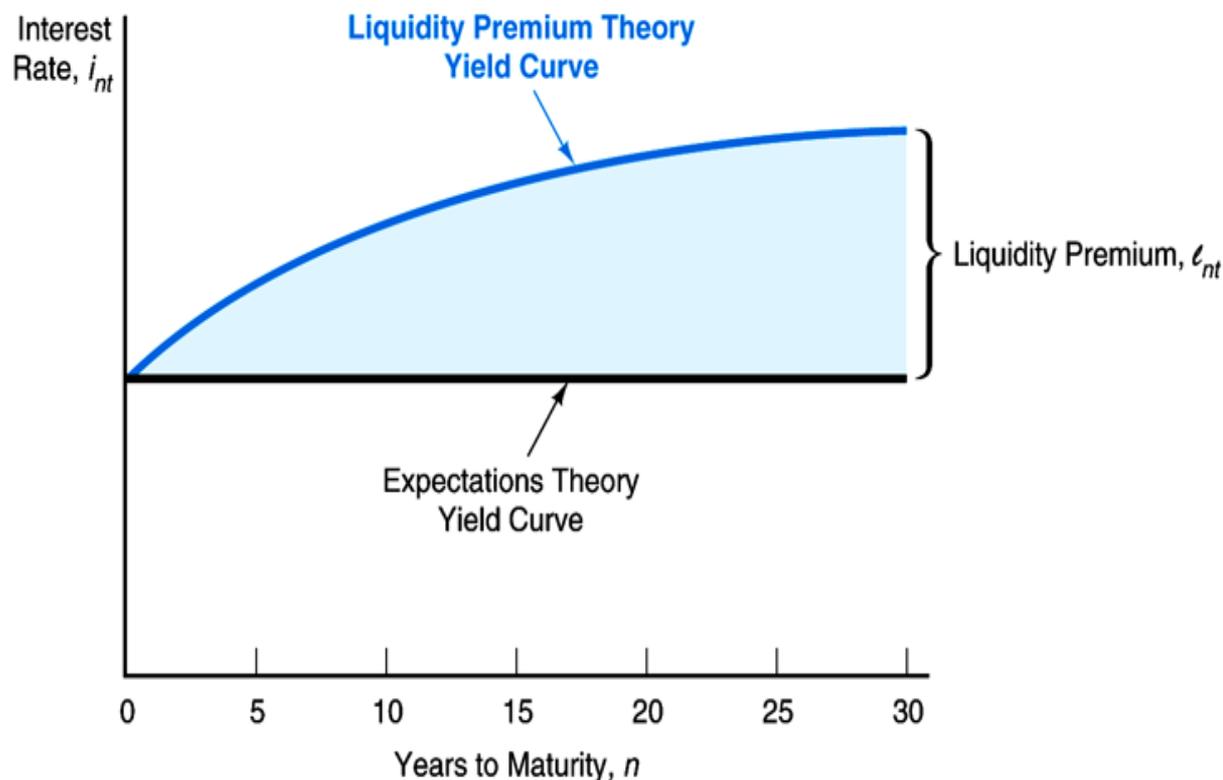
2.3.1 利率的期限结构：流动性偏好理论

- 流动性偏好理论
- 考虑了风险因素，不同期限之间存在可替代性，但不具备完全的可替代性；
- 未来是不可完全预期的，期限越长，变动的风险越大（价格波动风险）；
- 长期利率高于短期利率，是承担市场风险的报酬，也是对放弃流动性的一种补偿。这种补偿的收益报酬称为流动性升水。

$$R_n = \frac{i_1 + i_2^e + \cdots + i_n^e}{n} + LP$$

2.3.1 利率的期限结构：流动性偏好理论

- 若市场利率预期不变，根据完全预期理论，利率的期限是水平的；而根据流动偏好理论，则是向上倾斜的。





2.3.2 利率的风险结构

- 由不同风险的债券到期收益率形成的关系结构
- 在不同的时期，高风险债券和低风险债券的风险利差存在差异

立——建立市场化的利率体系

完整的利率期限结构：市场化的短期利率和长期利率

完整的利率风险结构：表示不同风险水平的市场利率

这些利率都在哪些金融市场形成？具体的形式是怎样的？这些问题可以在下一章找到解答